

*Université de Nice Sophia Antipolis
Ecole doctorale Sciences Fondamentales et Appliquées*

UMR Astrophysique n° 6525

Mémoire de stage de DEA

Présenté : le 26 juin 2001

par : Fayçal LAMRAOUI

Sur le sujet :

ESTIMATION DES PARAMETRES DE COHERENCE SPATIO-ANGULAIRE PAR ANALYSE STATISTIQUE DES FLUCTUATIONS D'ANGLE D'ARRIVEE OBSERVEES AU BORD DU SOLEIL

DEA "ASTRONOMIE : HAUTE RESOLUTION ANGULAIRE, IMAGE ET GRAVITATION "

OPTION : HAUTE RESOLUTION ANGULAIRE

*Dirigé par : M J. BORGNINO (UMR Astrophysique n° 6525 , UNSA)
et M A. IRBAH (Département d'Astronomie et Astrophysique du CRAAG)*

Remerciements

Mes premiers remerciements vont, tout naturellement, à Monsieur Julien BORGNO, et Monsieur Abdenour IRBAH, qui m'ont encadré et m'ont guidé le long de ce stage, aussi bien pour m'en donner les bases théoriques que pour me communiquer leurs savoir-faire dans le domaine de l'optique atmosphérique, je tiens à les remercier pour leur excellent encadrement.

Je dois également beaucoup à Monsieur Lyes LAKHAL qui m'a beaucoup appris sur le langage MATLAB pour ses coups de main et sa sympathie.

Je tiens à remercier :

M^{lle} Jocelyne BETTINI et *M^{lle}* Murielle Roche pour leurs qualités humaines, leur aide et leur soutien moral.

et Monsieur Jean Michel CLAUSSE pour son aide en informatique.

Je tiens aussi à remercier tous les membres du laboratoire d'Astrophysique n° 6525 qui m'ont permis de réaliser ce stage dans une ambiance très conviviale.

Table des matières

| | | |
|------|---|----|
| I. | Présentation du laboratoire et de l'équipe d'accueil..... | 2 |
| | A- L'Unité Mixte de Recherche (UMR) <i>Astrophysique n° 6525</i> | 2 |
| | B- Equipe "Optique Atmosphérique" | 2 |
| | C- Département d'Astronomie et Astrophysique du CRAAG | 3 |
| II. | Présentation du sujet | 4 |
| III. | Contexte et fondements théoriques | 5 |
| | A- Introduction aux effets optiques de la turbulence | 5 |
| | B- Définition des paramètres de cohérence spatio-angulaire $(r_0, \mathcal{L}_0, \theta_0)$ | 8 |
| | C- Analyse statistique des fluctuations d'angle d'arrivée | 11 |
| IV. | Modélisation de l'atmosphère terrestre..... | 16 |
| | A- Profil moyen de l'énergie turbulente $C_n^2(h)$ | 16 |
| | B- Altitudes équivalentes..... | 16 |
| V. | Estimation des paramètres de cohérence spatio-angulaire..... | 19 |
| | A- Présentation de la méthode et formalisation mathématique | 19 |
| | B- Présentation des résultats..... | 20 |
| VI. | Discussion | 25 |
| VII. | Conclusion et perspectives | 26 |
| | Résumé..... | 27 |
| | Abstract..... | 27 |
| | Bibliographie..... | 28 |

Remerciements

Mes premiers remerciements vont, tout naturellement, à Monsieur Julien BORGNINO, et Monsieur Abdenour IRBAH, qui m'ont encadré et m'ont guidé le long de ce stage, aussi bien pour m'en donner les bases théoriques que pour me communiquer leurs savoir-faire dans le domaine de l'optique atmosphérique, je tiens à les remercier pour leur excellent encadrement.

Je dois également beaucoup à Monsieur Lyes LAKHAL qui m'a beaucoup appris sur le langage MATLAB pour ses coups de main et sa sympathie.

Je tiens à remercier :

M^{lle} Jocelyne BETTINI et *M^{lle}* Murielle Roche pour leurs qualités humaines, leur aide et leur soutien moral.

et Monsieur Jean Michel CLAUSSE pour son aide en informatique.

Je tiens aussi à remercier tous les membres du laboratoire d'Astrophysique n° 6525 qui m'ont permis de réaliser ce stage dans une ambiance très conviviale.

Table des matières

- I. Présentation du laboratoire et de l'équipe d'accueil.
 - A- L'Unité Mixte de Recherche (UMR) *Astrophysique n° 6525*
 - B- Equipe "Optique Atmosphérique "
 - C- Département d'Astronomie et Astrophysique du *CRAAG*
- II. Présentation du sujet .
- III. Contexte et fondements théoriques
 - A- Introduction aux effets optiques de la turbulence
 - B- Définition des paramètres de cohérence spatio-angulaire $(r_0, \mathcal{L}_0, \theta_0)$
 - C- Analyse statistique des fluctuations d'angle d'arrivée
- IV. Modélisation de l'atmosphère terrestre
 - A- Profil moyen de l'énergie turbulente $C_n^2(h)$
 - B- Altitudes équivalentes
- V. Estimation des paramètres de cohérence spatio-angulaire.
 - A- Présentation de la méthode et formalisation mathématique
 - B- Présentation des résultats
- VI. Discussion .
- VII. Conclusion et perspectives
- VIII. Bibliographie .

I-PRESENTATION DU LABORATOIRE ET DE L'EQUIPE D'ACCUEIL

A- L'Unité Mixte de Recherche (UMR) *Astrophysique n° 6525*

C'est un laboratoire de l'Université de Nice Sophia Antipolis qui est situé à Nice sur le Campus Valrose, il occupe actuellement deux niveaux du Bâtiment de Recherche Physique.

Le directeur est Eric FOSSAT (Astronome), et secondé par Gilbert Ricort (Professeur).

Il compte 30 personnes permanentes : 17 enseignants-chercheurs (professeurs et maîtres de conférences), 4 chercheurs (directeurs et chargés de recherches CNRS), 5 ingénieurs, 3 administratifs ; il accueille maintenant 4 doctorants.

Les thèmes scientifiques développés dans ce laboratoire concernent, l'analyse statistique, théorique et expérimentale de diverses manifestations aléatoires en astrophysique et en géophysique. On peut distinguer 5 grands thèmes :

- L'imagerie probabiliste : reconstruction statistique d'images observées au télescope en présence de turbulence atmosphérique, déconvolution, systèmes d'acquisition d'images.
- L'interférométrie différentielle : application des techniques interférométriques à très haute résolution angulaire à des objets observés simultanément à différentes longueurs d'ondes (enveloppe d'étoiles chaudes, systèmes binaires). Participation au VLTI.
- L'optique atmosphérique : les observations astronomiques à très haute résolution angulaire. Plusieurs techniques (SCIDAR, GSM, etc.) développées au laboratoire en font le leader mondial incontesté.
- L'hélio et l'astérosismologie : il s'agit de tester et préciser la connaissance de la structure interne du soleil au moyen de la mesure de ses fréquences propres de vibration, et enfin de transposer les techniques aux autres étoiles.
- L'étude des Orbites d'astéroïdes et en particulier l'étude des familles d'astéroïdes résultant d'un violent impact, et plus précisément des orbites susceptibles de croiser celle de la terre.

B- L'équipe "Optique Atmosphérique"

Elle comprend 4 chercheurs permanents (deux professeurs, un maître de conférence et un directeur de recherche au CNRS).

Le thème scientifique principal est l'étude des effets optiques de la turbulence atmosphérique dans les observations à haute résolution angulaire d'objets astronomiques à partir du sol. Les domaines d'application sont l'interférométrie des tavelures, l'interférométrie longue base, l'optique adaptative et même les observations à site bas. Il s'agit dans chaque cas d'optimiser les observations.

Dans le cadre de l'équipe sont développés :

- des analyses théoriques (observables : tavelures, angles d'arrivée).
- des instruments (*DIMM Differential Image Motion Monitor*), *GSM (Generalized Seeing Monitor)*, *G-SCIDAR*, *Scintillomètre*, sondes embarquées pour mesurer la turbulence).
- des modèles permettant d'interpréter les observations.

Pour les observations de nuit de nombreux sites astronomiques ont été évalués au Chili (La Silla, Paranal, Cerro Pachon), en Ouzbekistan (Maïdanak), au Maroc (Oukaïmeden), au Mexique (San Pedro Martir).

Pour les observations de jours, un moniteur généralisé *MISOLFA* (Moniteur d'Images SOLaires Franco-Algérien) est en construction, en collaboration avec l'Observatoire d'Alger et l'Observatoire de la Côte d'Azur. Il s'insère dans le projet *PICARD* qui a parmi ses objectifs la mesure du diamètre solaire .

Enfin, l'équipe envisage de construire un moniteur global (généralisé jour-nuit) destiné à évaluer le site du *Dôme C* en Antarctique (*CONCORDIASTRO*).

C – Le Département Astronomie et Astrophysique

Le Centre de Recherche en Astronomie Astrophysique et Géophysique (CRAAG) qui est l'ex Observatoire d'Alger, est constitué de trois départements scientifiques dont le *Département Astronomie et Astrophysique*. Le Département est composé de chercheurs permanents dont 2 Directeurs de Recherche, 3 Maîtres de Recherche, un Chargé de Recherche, 5 Attachés de Recherches, 5 Chargés d'Etudes et 4 ingénieurs. Plusieurs thèmes de recherche sont développés par les chercheurs du Département constitués en équipes. Parmi elles, figure l'équipe *Astrométrie Solaire et Haute Résolution Angulaire* (ASHRA) dirigée par A. Irbah et composée d'un Maître de Recherche, 2 Attachés de Recherche et 3 Chargés d'Etude. Elle développe des travaux liés à l'optique atmosphérique et à la physique solaire, notamment à sa géométrie.

II. PRESENTATION DU SUJET

Le sujet de ce stage s'inscrit dans le contexte général de l'élaboration des techniques permettant l'observation du soleil à haute résolution angulaire avec des télescopes en station au sol.

De manière encore plus précise ce stage se place dans la perspective de la construction de **M.I.SOL.F.A.** (Moniteur d'Images Solaires Franco-Algerien), et de sa mise en œuvre simultanée à un ensemble d'expériences utilisées pour mesurer le diamètre solaire (**astrolabe**, expérience **DORAYSOL**, réplique au sol de l'expérience spatiale **PICARD**, satellite qui sera lancé par le CNES en 2005).

L'objectif du stage est de développer une nouvelle méthode permettant l'estimation simultanée des paramètres de cohérence spatio-angulaire (*paramètre de Fried r_0 , échelle externe de cohérence spatiale \mathcal{L}_0 , et la taille du domaine isoplanétisme θ_0* à partir de l'altitude équivalente h qui caractérisent les effets optiques induits par l'atmosphère terrestre turbulente. Cette méthode est basée sur l'analyse statistique des fluctuations d'angle d'arrivée, mises en évidence par l'observation du bord solaire.

Dans les paragraphes suivants, on va tout d'abord présenter la situation du sujet, la définition des paramètres pertinents et la formalisation mathématique utilisée. Puis on présente un modélisation de l'énergie turbulente dans l'atmosphère terrestre et les altitudes équivalentes (modèle à une couche) que l'on peut déduire au sens des différentes techniques utilisées en haute résolution angulaire (interférométrie des tavelures, optique adaptative, analyse statistique des fluctuations d'angle d'arrivée).

Enfin, on présente la méthode utilisée pour l'estimation des paramètres avec les principaux résultats issus des calculs théoriques qui sont ensuite discutés.

III- CONTEXTE ET FONDEMENTS THEORIQUES :

A- Introduction aux effets optiques de la turbulence

Si l'atmosphère terrestre constitue un milieu vital pour l'être humain, elle reste néanmoins un handicap majeur pour l'observation des objets astronomiques. En effet, la dégradation, lors de la traversée de l'atmosphère terrestre, des surfaces d'onde lumineuses qui en proviennent réduit considérablement la résolution des instruments d'observation. L'indice de réfraction de l'air atmosphérique (donc la phase des ondes) présente des fluctuations aléatoires qui se traduisent par cette dégradation plus ou moins importante des images astronomiques. Dans l'hypothèse d'une onde lumineuse incidente, plane et monochromatique, traversant l'atmosphère, la vibration reçue au sol au point \vec{r} est caractérisée par son amplitude complexe (Roddiier, 1981) :

$$\Psi(\vec{r}) = A(\vec{r}) \exp[i\Phi(\vec{r})] \quad (1)$$

dans laquelle l'amplitude $A(\vec{r})$ et la phase $\Phi(\vec{r})$ varient aléatoirement dans le temps et dans l'espace. Ces fluctuations aléatoires de la phase à une altitude h sont reliées aux fluctuations de l'indice de réfraction de l'air n , elles-mêmes associées essentiellement dans le visible aux microfluctuations de température. Du point de vue de la turbulence, l'atmosphère terrestre est stratifiée en couches fine. Les principaux effets de la turbulence atmosphérique sur l'image sont : la **scintillation**, l'**agitation** et l'**étalement**.

- **La scintillation** correspond à une fluctuation de l'éclat observé et donc de l'énergie reçue par la pupille (fluctuations de l'amplitude).
- **L'agitation** de l'image provient des variations aléatoires de la phase ou plus précisément des fluctuations d'angle d'arrivée considérées sur la pupille de l'instrument d'observation.
- **L'étalement** correspond à une perte de cohérence spatiale sur cette même pupille. Cet effet se traduit dans le plan focal par un éclatement de la tache (*Figure1*) (Ziad, 1993).

Aujourd'hui la technologie nous donne accès à l'espace permettant ainsi, de dépasser les problèmes posées par l'atmosphère terrestre. On pourrait alors penser que l'observation terrestre n'est plus assez rentable. Ce n'est pas le cas car les nouvelles connaissances acquises sur les propriétés statistiques de la turbulence et sur ses effets concernant la qualité des images, laissent entrevoir un avenir assuré pour l'observation terrestre de mise en œuvre plus facile et moins coûteuse que celle effectuée à partir de l'espace. La connaissance précise des propriétés optiques de l'atmosphère terrestre est indispensable et le choix des meilleurs sites possibles pour l'observation primordial.

Le caractère aléatoire dans le temps et dans l'espace de la turbulence atmosphérique rend délicat et crucial sa caractérisation en vue d'une éventuelle modélisation. De nombreux travaux ont été entrepris pour modéliser l'atmosphère turbulente à des fins d'applications astrophysiques et météorologiques. Ainsi, plusieurs modèles théoriques et expérimentaux ont été proposés. Le premier à être proposé est celui de **Kolmogorov (1941)**; il est devenu plus tard le fondement de la théorie de la formation des images astronomiques à travers l'atmosphère terrestre. Cette théorie des cascades d'énergie dans le cas d'une turbulence développée peut se résumer comme suit :

L'énergie cinétique de la turbulence fournie par des phénomènes à grande échelle tels le cisaillement ou la convection est transférée à des échelles de plus en plus petites par des mécanismes non linéaires. Ce transfert est supposé s'effectuer sans injection, ni dissipation d'énergie, c'est-à-dire à taux constant. L'échelle L_0 à laquelle cette source d'énergie apparaît est appelée *échelle externe*, alors que la dissipation sous forme de chaleur se produit à une échelle l_0 , dite *échelle interne*. Le domaine compris entre ces deux échelles est le domaine inertiel dans lequel les propriétés statistiques dérivées de ce modèle sont valables (*Figure 2*).

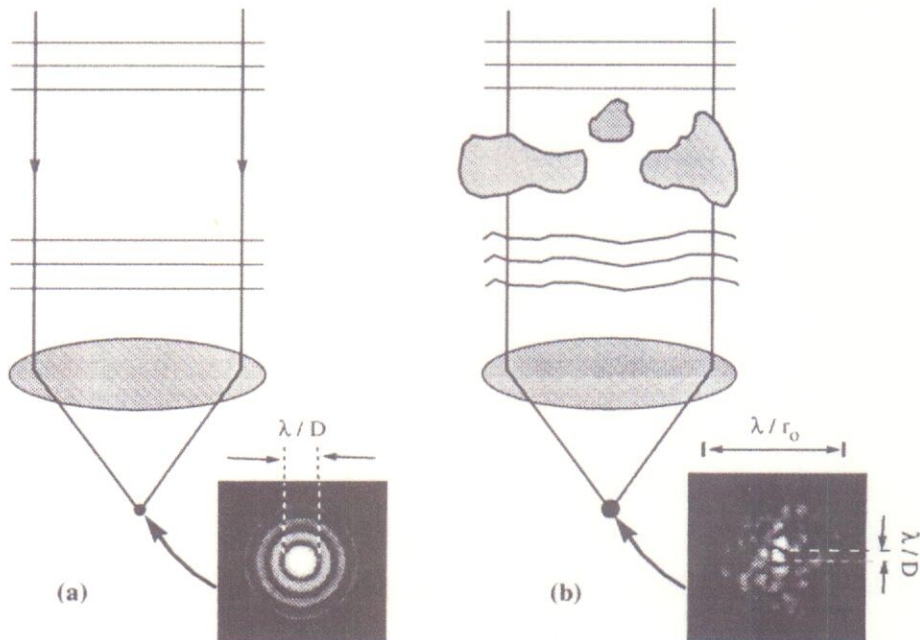


Figure 1 : Résolution des télescopes; (a) en l'absence de turbulence on retrouve la tache due à la diffraction (tache d'Airy); (b) en présence de turbulence la résolution est limitée par l'atmosphère (r_0)

En 1949, Obukhov et Yaglom ont étendu la loi que Kolmogorov avait établie pour les fluctuations de vitesse, aux fluctuations de température et aux fluctuations de l'indice de réfraction de l'air.

Comme l'atmosphère terrestre est en permanence le siège de phénomènes turbulents, on peut tout d'abord distinguer la turbulence dynamique provoquée principalement, dans la haute atmosphère, par le cisaillement dû à une différence de vitesse à l'intérieur d'une couche atmosphérique et à la viscosité de l'air. L'atmosphère apparaît donc stratifiée en couches turbulentes plus au moins énergétiques. De plus, au niveau du sol, on doit prendre en compte une turbulence de nature convective due à l'échauffement du sol et des structures instrumentales. Cette turbulence sera souvent prépondérante lors des observations effectuées le jour.

Pour des observations astronomiques, il est nécessaire de définir une turbulence dite "turbulence optique" qui se traduit par des perturbations aléatoires des surfaces d'onde lumineuses arrivant sur la pupille d'entrée des instruments. Pour décrire schématiquement cette turbulence optique, on peut considérer que la turbulence dynamique brasse des fluctuations aléatoires de température (et d'humidité). Ces fluctuations entraînent des fluctuations aléatoires des surfaces d'onde. Selon la distance à laquelle se produisent les phénomènes turbulents, on observera au sol des fluctuations de la phase et/ou de l'intensité. Pour cette turbulence, que l'on prend en compte lors des observations astronomiques, l'énergie apparaît sous forme de profils verticaux de la constante de structure des fluctuations de l'indice de réfraction de l'air $C_n^2(h)$ (h étant l'altitude équivalente).

Du point de vue de la localisation de la turbulence, on distingue principalement 2 régions :

- la couche limite atmosphérique (CLA), qui correspond au premier kilomètre de l'atmosphère. Dans le cas de l'observation du soleil, il sera nécessaire d'étudier tout particulièrement l'influence de la Couche Limite Superficielle (CLS) (0-30m).
- l'atmosphère libre dans laquelle apparaissent des couches turbulentes discrètes.

Dans la suite, on utilisera le concept de 'couche turbulente équivalente'. Il sera toujours possible de définir les caractéristiques (énergie, vitesse, altitude) d'une couche turbulente unique donnant au sol les mêmes effets sur la surface d'onde que l'atmosphère turbulente réelle.



Figure 2: Représentation des tourbillons générant la turbulence atmosphérique et caractérisation des échelles externe et interne.

D'autre part , il est à noter que les échelles externe L_0 et interne l_0 sont des paramètres géophysique locaux caractéristiques de chaque couche turbulente. Par contre au sol on mesure plutôt des paramètres optiques intégrés qui permettent de qualifier les front d'ondes reçus .En effet , ces paramètres optiques que l'on notera dans la suite respectivement \mathcal{L}_0 dans le cas de l'échelle externe et ℓ_0 dans le cas de l'échelle interne s'expriment en fonction des profils verticaux $L_0(h)$ et $l_0(h)$ et l'énergie optique de la turbulence caractérisée par la constante de structure $C_N^2(h)$ des fluctuations de l'indice de réfraction de l'air (Borgnino ,1990 ; Ziad et al 1992) .

B- Définition des paramètres de cohérence spatio-angulaire

Ces paramètres chiffrent les différentes cohérences des fronts d'onde .

Pour la cohérence spatiale on distingue :

1- Le paramètre de Fried r_0 :

Le paramètre de Fried r_0 , est le diamètre d'une zone de cohérence du front d'onde perturbé. Il chiffre également la résolution de l'image par le diamètre du télescope équivalent hors atmosphère. Il définit, à long temps de pose , le diamètre d'un télescope fictif qui, en l'absence de turbulence, donnerait la même résolution qu'un télescope de diamètre infini en présence de turbulence .

$$r_0 = \left[16.7 \lambda^{-2} \int_0^{+\infty} dh C_n^2(h) \right]^{\frac{3}{5}} \quad (2) \quad (\text{Roddier 1981})$$

$C_n^2(h)$ est la fonction de structure des fluctuations d'indice de réfraction et λ la longueur d'onde

2- L'échelle externe de cohérence spatiale \mathcal{L}_0 :

Elle définit la taille maximale des perturbations du front d'onde qui restent cohérentes. Elle traduit aussi l'évolution basse fréquence du front d'onde. Elle s'exprime par (Borgnino, 1990) :

$$\mathcal{L}_0 = \left[\frac{\int_0^{+\infty} dh L_0^{-\frac{1}{3}}(h) C_n^2(h)}{\int_0^{+\infty} dh C_n^2(h)} \right]^{-3} \quad (3)$$

3- Le domaine d'isoplanétisme θ_0 :

Il traduit l'angle à l'intérieur duquel les grandeurs considérées (Angle d'arrivée, tavelure,...) restent corrélées.

Il est défini par :
$$\theta_0 = \frac{r_0}{h} \quad (4)$$

Dans laquelle h représente l'altitude d'une couche turbulente unique ou une altitude équivalente à l'ensemble de l'atmosphère terrestre (Roddier, 1979).

La *Figure 3* illustre les différents paramètres.

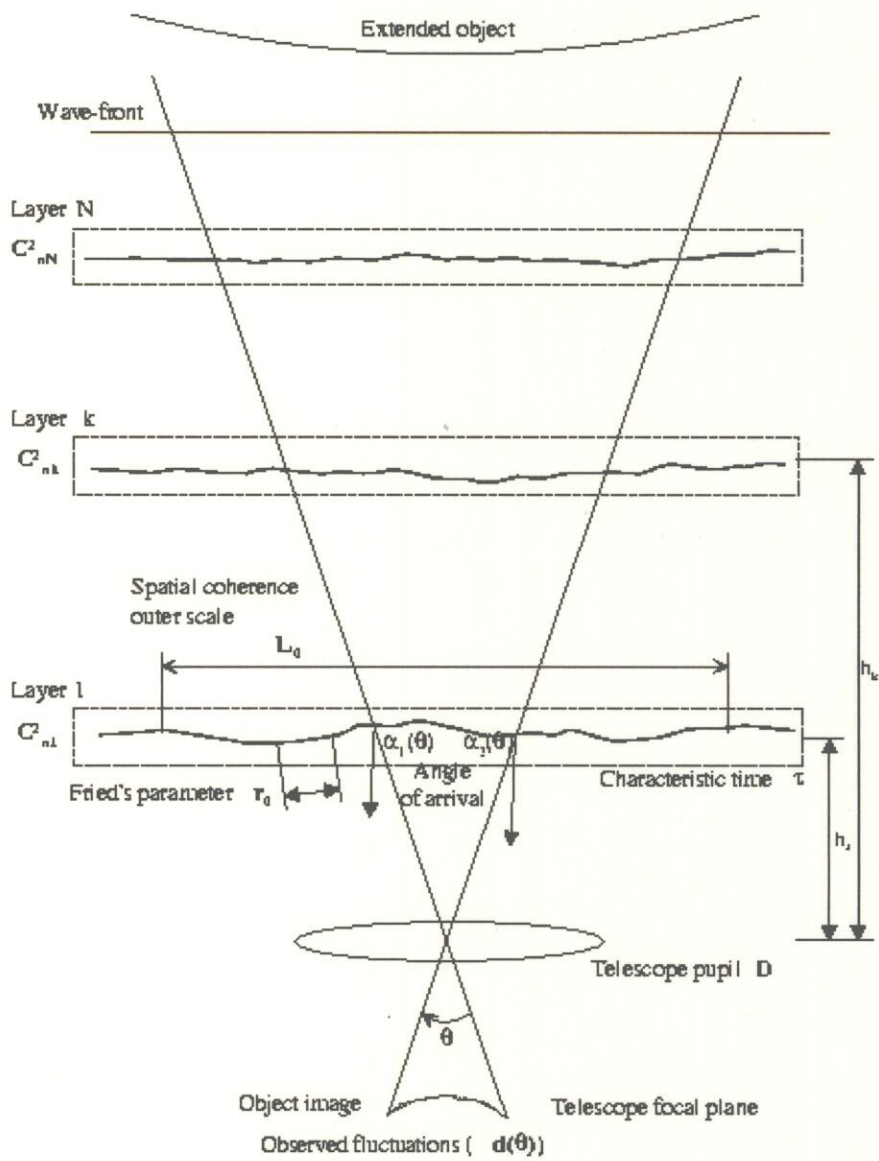


Figure 3 : Représentation des différents paramètres de cohérence qui caractérisent les fronts d'ondes.

C- Analyse statistique de fluctuations d'angle d'arrivée

1- Définition de l'angle d'arrivée

L'observation des fluctuations d'angle d'arrivée est un moyen privilégié pour mesurer les échelles caractéristiques.

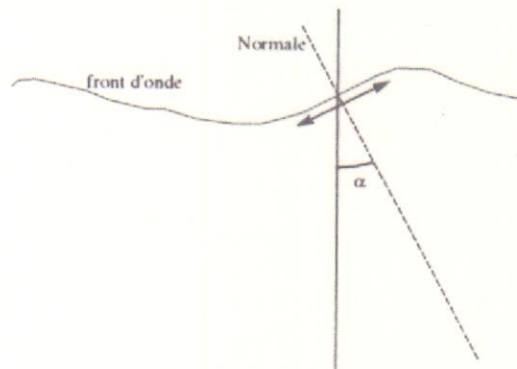


Figure 4 : illustration de l'angle d'arrivée

L'angle d'arrivée (Strohbehn et al, 1967) peut être défini comme étant la direction normale à la surface d'onde, au point d'observation (cette direction est repérée par rapport à la normale au plan d'onde moyen) (Figure 4).

Cette définition peut être explicitée par :

$$\alpha(x, y) = -\frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial x} \quad (5)$$

$$\beta(x, y) = -\frac{\lambda}{2\pi} \frac{\partial \Phi(x, y)}{\partial y} \quad (6)$$

où $\alpha(x, y)$ et $\beta(x, y)$ désignent les composantes de l'angle d'arrivée respectivement dans les directions x et y et où $\Phi(x, y)$ représente la phase du front d'onde perturbée.

La relation de proportionnalité entre l'angle d'arrivée et la dérivée de la phase dans les deux expressions montre l'intérêt que peut apporter l'observation des fluctuations d'angle d'arrivée pour l'étude statistique de la turbulence atmosphérique.

Une bonne part du travail théorique a été développée par Tatarski (1971); il a plus particulièrement défini la variance des fluctuations d'angle d'arrivée en fonction du diamètre de la pupille et de la constante de structure $C_n^2(h)$.

Les possibilités d'estimation des paramètres de la turbulence à partir de l'analyse des fluctuations d'angle d'arrivée observées en utilisant des faisceaux lasers ,ont été examinées par Strohbehn(1970) .L'utilisation de faisceaux lasers horizontaux a constitué la base des réalisations expérimentales pour l'analyse de ces fluctuations. On notera Les travaux de Gurvich et al .(1968) qui ont mesuré la variance et le spectre temporel des fluctuations d'angle d'arrivée, Clifford et al.(1971) et Bertolotti et al. (1970) qui ont mesuré la fonction de structure de la phase ,et notamment les travaux de Consortini et al (1976,1980).Ils ont remarqué que la différence entre les fonctions de structure des fluctuations d'angle d'arrivée longitudinale et transverse présente un maximum correspondant à l'échelle interne aussi bien pour le modèle de Tatarski que pour un modèle gaussien . Cette étude a été reprise par Consortini et al (1990,1992) en se basant sur la covariance des fluctuations d'angle d'arrivée dans le cadre des modèles de Von Karman et Hill . L'idée d'une mesure différentielle des fluctuations d'angle d'arrivée pour s'affranchir des vibrations télescopiques a été étudiée par Stocks (1962) et par Fried (1975).

Les premières utilisations dans les conditions réelles de l'observation astronomique ont commencé avec la méthode proposée par Borgnino et al.(1978) qui permet d'effectuer des estimations du paramètre de Fried r_0 en mesurant les fluctuations d'angle d'arrivée mise en évidence par observation du bord solaire .

2- Covariance spatio-angulaire des fluctuations d'angle d'arrivée :

a- Expression générale de la covariance spatiale :

La covariance représente la corrélation des fluctuations d'angle d'arrivée .L'expression théorique de la covariance de ces fluctuations est souvent donnée dans les cas particuliers où les bases entre les deux pupilles sont parallèles (covariance longitudinale) ou perpendiculaire (covariance transverse ou latérale) à la direction des fluctuations observées.

Pour interpréter les résultats expérimentaux obtenus à partir des observations d'une étoile , il est nécessaire de calculer la covariance à 2-D pour toutes les directions de la base qui peut varier avec le temps .

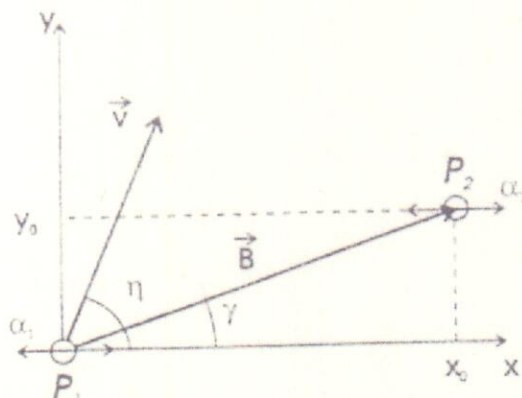


Figure 5 : configuration générale pour calculer la covariance d'angle d'arrivée (2-D)

La Figure 5, donne la situation la plus générale et représente les notations utilisées. Le vecteur vitesse du vent \vec{v} dans la figure n'est pas important dans ce paragraphe,

$\alpha(\vec{r}, t)$, et $\alpha(\vec{r} + \vec{B}, t)$ sont les fluctuations d'angle d'arrivée ; P_1, P_2 sont deux pupilles dans les positions \vec{r} et $\vec{r} + \vec{B}$ respectivement, \vec{B} est la base, α_1, α_2 représentent les fluctuations d'angle d'arrivée suivant la direction x , mesurées respectivement sur les pupilles P_1, P_2 . La base entre les pupilles, a comme coordonnées (x_0, y_0) dans le système cartésien et (B, γ) en coordonnées polaires .

La covariance des fluctuations d'angle d'arrivée à 2-D peut être obtenue comme la transformée de Fourier inverse de la densité spectrale.

Si λ est la longueur d'onde et $W_\Phi(f_x, f_y)$ la densité spectrale des fluctuations de la phase Φ , on peut écrire cette covariance comme :

$$C_\alpha(x_0, y_0) = \lambda^2 \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} df_x df_y \cdot f_x^2 W_\Phi(f_x, f_y) \exp[2i\pi(x_0 f_x + y_0 f_y)] \quad (7)$$

où f_x, f_y sont les fréquences spatiales correspondants respectivement à la direction x des fluctuations pour l'angle d'arrivée α et à la direction perpendiculaire y . Le changement des variables d'intégration (f_x, f_y) en coordonnées polaires (f, θ) conduit tout d'abord à (Avila et al., 1997) :

$$C_\alpha(x_0, y_0) = \lambda^2 \int_0^{+\infty} df \cdot f^3 W_\Phi(f) I(x_0, y_0, f) \quad (8)$$

où

$$I(x_0, y_0, f) = \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2 \theta \exp[2i\pi \cdot f(x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta)] \quad (9)$$

et ensuite en utilisant $x_0 = B \cos \gamma$ et $y_0 = B \sin \gamma$ (d'après la figure 5)

$$I(x_0, y_0, f) = C(B, \gamma, f) = \int_0^{2\pi} d\theta \cos^2 \theta \exp[2i\pi f B \cos(\theta - \gamma)] \quad (10)$$

La définition des fonctions de Bessel de première espèce est utile pour réécrire cette expression comme :

$$C(B, \gamma, f) = \pi [J_0(2\pi f B) - \cos(2\gamma) J_2(2\pi f B)] \quad (11)$$

et l'équation devient :

$$C_{\alpha}(x_0, y_0) = C_{\alpha}(B) = \pi\lambda^2 \int_0^{\infty} df \cdot f^3 W_{\Phi}(f) \cdot [J_0(2\pi f B) - \cos(2\gamma) J_2(2\pi f B)] \quad (12)$$

Dans le modèle de Von Karman, la densité spectrale s'écrit :

$$W_{\Phi}(f) = 0.0228 r_0^{-5/3} \left(f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0^2}\right)^{-11/6} \quad (13)$$

ℓ_0 (échelle interne) est considérée égale à zéro ; on s'intéresse seulement aux basses fréquences.

En introduisant l'expression de la densité spectrale dans l'expression de la covariance, avec la prise en considération du filtrage spatial par la pupille et en rendant explicite la dépendance en \mathcal{L}_0 et D (Diamètre du télescope), on peut écrire la covariance spatiale des fluctuations d'angle d'arrivée comme :

$$C_{\alpha}(B) = 0.0716 \lambda^2 \cdot r_0^{-5/3} \cdot \int_0^{\infty} df \cdot f^3 \left(f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0^2}\right)^{-11/6} \cdot [J_0(2\pi f B) - \cos(2\gamma) J_2(2\pi f B)] \cdot \left[2 \frac{J_1(\pi D f)}{\pi D f}\right]^2 \quad (14)$$

cas particuliers

$$\text{avec } \gamma = \begin{cases} 0 \\ \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos 2\gamma = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}$$

on trouve ainsi respectivement la covariance longitudinale et transverse comme :

$$C_{\alpha}(B) = 0.0716 \lambda^2 \cdot r_0^{-5/3} \cdot \int_0^{\infty} df \cdot f^3 \left(f^2 + \frac{1}{\mathcal{L}_0^2}\right)^{-11/6} \cdot [J_0(2\pi f B) \pm J_2(2\pi f B)] \cdot \left[2 \frac{J_1(\pi D f)}{\pi D f}\right]^2 \quad (15)$$

où les signes plus et moins correspondent respectivement à $\gamma = \frac{\pi}{2}$ et $\gamma = 0$

b- la covariance angulaire

On note $\alpha(\vec{r}, t, \vec{\eta})$ les fluctuations d'angle d'arrivée observées au point de coordonnées \vec{r} , à l'instant t , lorsque l'observation s'effectue dans la direction $\vec{\eta}$.

La covariance spatio-angulaire (observations en deux points séparés de $\vec{\rho}$, suivant deux directions angulaire séparées de $\vec{\theta}$) s'écrit :

$$\mathcal{C}_{\alpha, \vec{\rho}}(\vec{\theta}) = \langle \alpha(\vec{r}, t, \vec{\eta}) \alpha(\vec{r} + \vec{\rho}, t, \vec{\eta} + \vec{\theta}) \rangle \quad (16)$$

on considère maintenant une couche turbulente unique à l'altitude h , on a alors

$$\mathcal{C}_{\alpha, \vec{\rho}}(\vec{\theta}) = \langle \alpha(\vec{r}, t, \vec{\eta}) \alpha(\vec{r} + \vec{\rho} - \vec{\theta}h, t, \vec{\eta}) \rangle \quad (17)$$

et donc

$$\mathcal{C}_{\alpha, \vec{\rho}}(\vec{\theta}) = C_{\alpha}(\vec{\theta}h - \vec{\rho}) \quad (18)$$

si $\vec{\rho} = 0$ on obtient la covariance angulaire ($\vec{\theta}, \vec{B}$ sont considérés dans la même direction)

De la formule 15 on peut déduire la covariance angulaire transverse :

$$\mathcal{C}_{\alpha}(\theta) = 0.0716 \lambda^2 r_0^{-5/3} \int_0^{+\infty} df \cdot f^3 \left(f^2 + \frac{1}{L_0^2} \right)^{-1/6} [J_0(2\pi f \theta h) + J_2(2\pi f \theta h)] \left[\frac{2J_1(\pi D f)}{\pi D f} \right]^2 \quad (19)$$

Dans cette expression, on utilise la somme des 2 fonctions de Bessel J_0 et J_2 c'est que les fluctuations d'angle d'arrivée α sont considérées perpendiculairement à la base (covariance transverse)

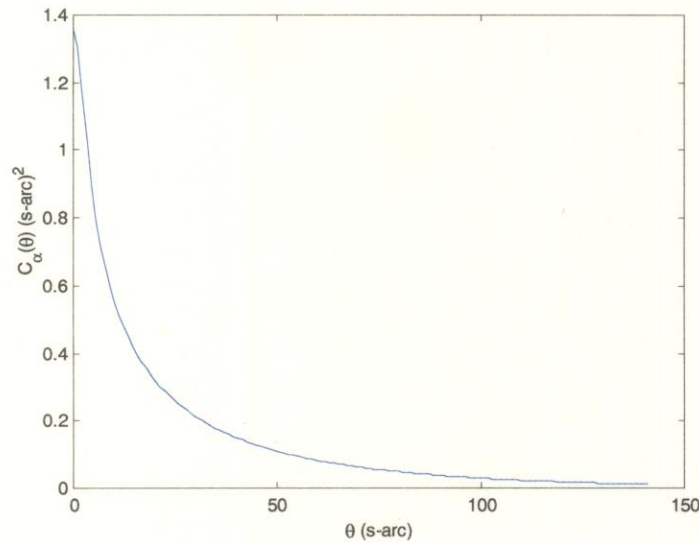


Figure 6 : la covariance transverse

Sur cette figure est représentée la covariance transverse pour $r_0 = 3\text{cm}$, $L_0 = 5\text{m}$, $h = 3000\text{m}$ et $D = 5\text{cm}$ (cas de l'astrolabe du plateau de Calern). (Laclare et al.1996)

IV-MODELISATION DE L'ATMOSPHERE TERRESTRE :

A- Profil moyen d'énergie turbulente $C_n^2(h)$

La variation moyenne avec l'altitude de l'énergie moyenne de la turbulence optique pour l'observation du jour peut être décrite par le modèle de *Hufnagel-Valley* (M C. Roggemann and B. M. Welsh, 1996) :

$$C_N^2(h) = 5,94 \cdot 10^{-53} \cdot \left(\frac{v}{27}\right)^2 \cdot h^{10} \cdot \exp(-h/1000) + (2,7 \cdot 10^{-16}) \cdot \exp(-h/1500) + A \exp(-h/h_0) \quad (20)$$

Expression dans laquelle h est l'altitude, v , A et h_0 sont des paramètres.

La Figure 7, représente en échelle *log-log*, le profil donné par la formule (20). On a pris une altitude allant jusqu'à 30000m.

La Figure 7a montre l'effet du paramètre A lorsque les paramètres v et h_0 valent respectivement 21m/s et 100 m.

La Figure 7b montre le même effet pour $v=21m/s$ et $A=1,7 \cdot 10^{-14} m^{-2/3}$ mais pour différentes valeurs de h_0 ; les valeurs de r_0 correspondantes sont données dans chaque cas.

B- Altitudes équivalentes :

L'altitude équivalente est celle d'une couche turbulente impulsionnelle qui induit au sol les mêmes effets optiques que l'ensemble de l'atmosphère terrestre turbulente et qui a comme énergie la somme des énergies observées dans toutes les couches.

Elle doit être définie en prenant en compte la technique utilisée (Irbah et al, 1993).

Pour trouver des valeur réalistes des altitudes équivalentes, on utilise ces 3 techniques :

a- optique adaptative

$$h_{OA} = \left[\frac{\int h^{5/3} C_n^2(h) dh}{\int C_n^2(h) dh} \right]^{3/5} \quad (21)$$

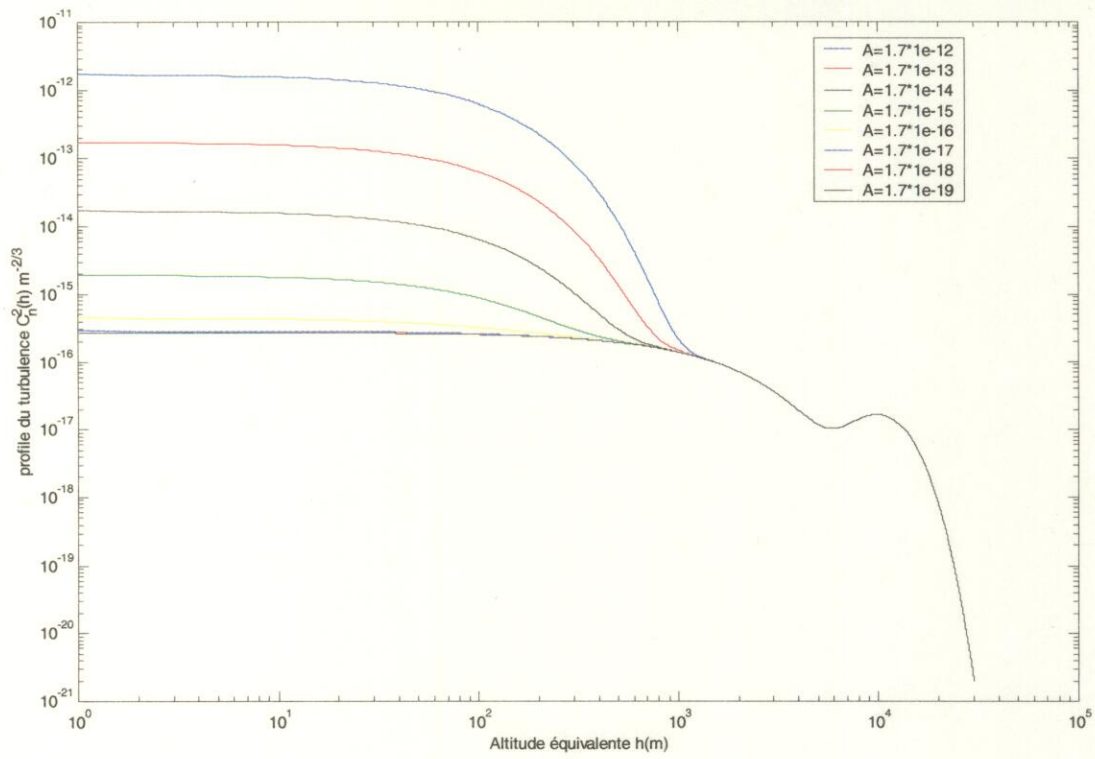
b- interférométrie des tavelures

$$h_{SP} = \left[\frac{\int h^2 C_n^2(h) dh}{\int C_n^2(h) dh} - \left[\frac{\int h C_n^2(h) dh}{\int C_n^2(h) dh} \right]^2 \right]^{1/2} \quad (22)$$

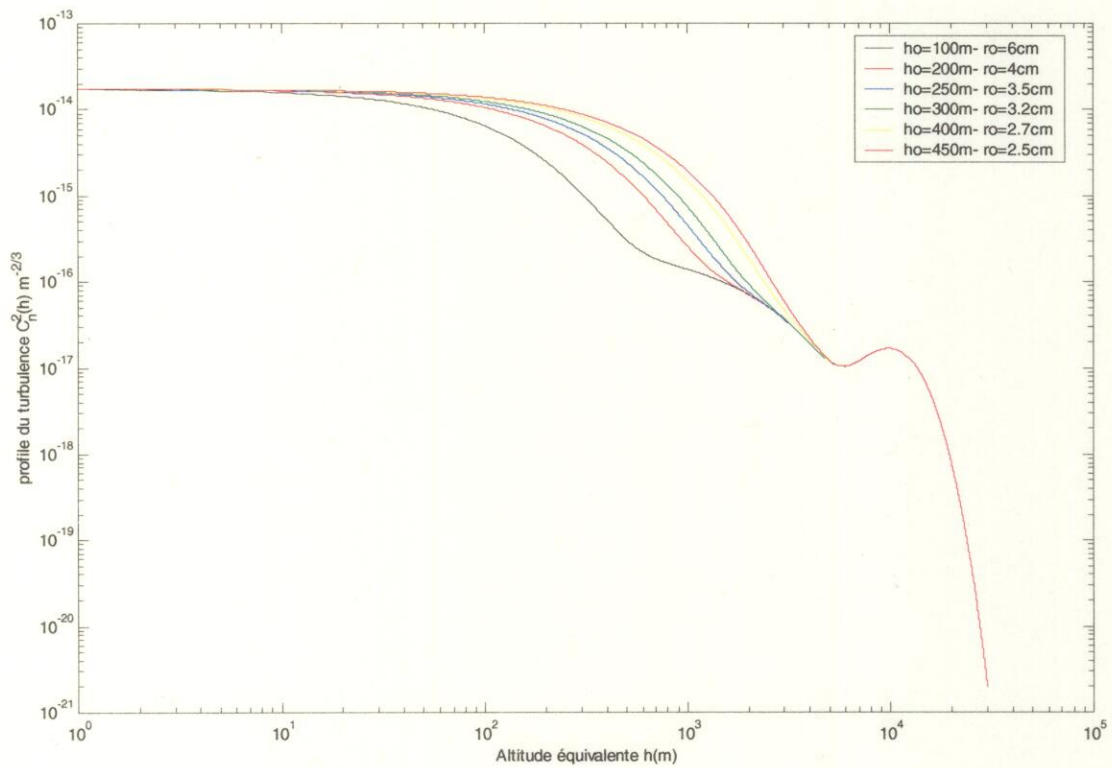
c- angle d'arrivée

$$h_{AOA} = \left[\frac{\int h^2 C_n^2(h) dh}{\int C_n^2(h) dh} \right]^{1/2} \quad (23)$$

On observe les résultats obtenus pour différentes valeurs des paramètres A et h_0 dans les tableau 1 ($h_0 = 100m$) et 2 ($h_0 = 500m$),



(a)



(b)

Figure 7 $\left\{ \begin{array}{l} a : \text{repr\u00e9sente le profil } C_n^2(h) \text{ en fonction de } h \text{ pour } h_0 = 100\text{m} \text{ et } A \text{ variable} \\ b : \text{repr\u00e9sente le profil } C_n^2(h) \text{ en fonction de } h \text{ pour } A = 1,7 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{-2/3} \text{ et } h_0 \text{ variable} \end{array} \right.$

| $h_0 = 100m$ | ro (cm) | $h_{OA} (m)$ | $h_{SP} (m)$ | $h_{AOA} (m)$ |
|-----------------------------|---------|--------------|--------------|---------------|
| $A=1.7*10^{-12} (m^{-2/3})$ | 0.42 | 225.99 | 346.61 | 364.50 |
| $A=1.7*10^{-13} (m^{-2/3})$ | 1.63 | 682.91 | 1034.00 | 1056.20 |
| $A=1.7*10^{-14} (m^{-2/3})$ | 5.59 | 2270.60 | 2757.00 | 2931.70 |
| $A=1.7*10^{-15} (m^{-2/3})$ | 11.14 | 4507.30 | 4300.50 | 5202.00 |
| $A=1.7*10^{-16} (m^{-2/3})$ | 12.89 | 5211.50 | 4557.90 | 5872.10 |

Tableau 1

| $h_0 = 500m$ | ro (cm) | $h_{OA} (m)$ | $h_{SP} (m)$ | $h_{AOA} (m)$ |
|-----------------------------|---------|--------------|--------------|---------------|
| $A=1.7*10^{-12} (m^{-2/3})$ | 0.16 | 647.60 | 519.62 | 723.26 |
| $A=1.7*10^{-13} (m^{-2/3})$ | 0.63 | 716.09 | 669.74 | 849 |
| $A=1.7*10^{-14} (m^{-2/3})$ | 2.41 | 1226.50 | 1447.40 | 1606.80 |
| $A=1.7*10^{-15} (m^{-2/3})$ | 7.43 | 3085.90 | 3299.20 | 3750.20 |
| $A=1.7*10^{-16} (m^{-2/3})$ | 12.02 | 4874 | 4411.90 | 5546.80 |

Tableau 2

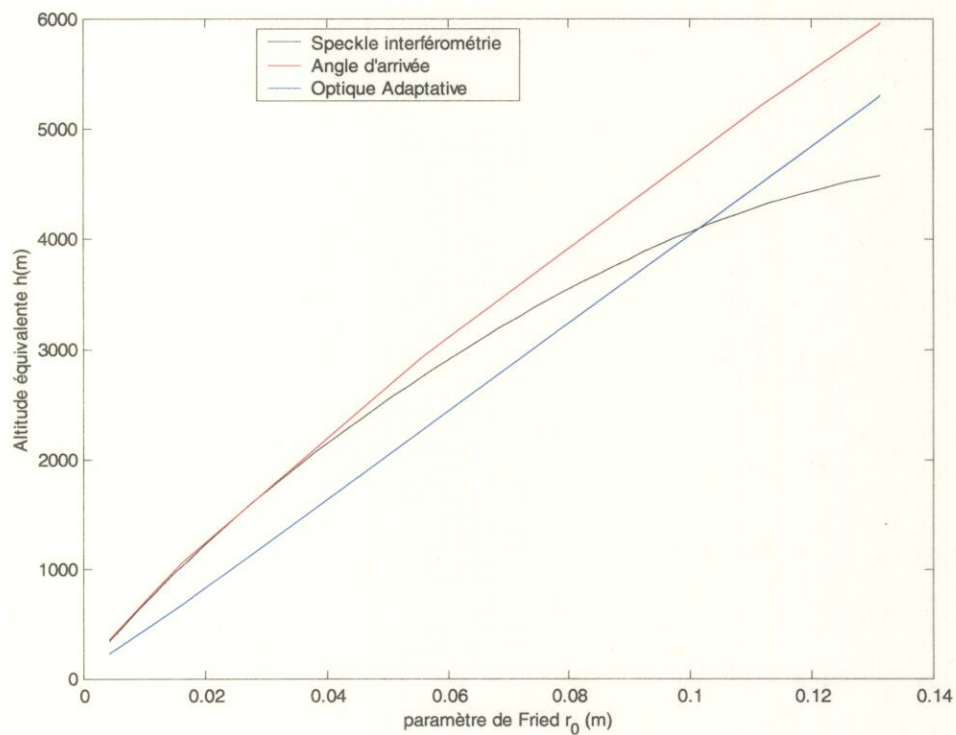


Figure 8 : Variations des altitudes équivalentes h_{SP}, h_{AOA}, h_{OA} en fonction du paramètre de Fried r_0

V-ESTIMATION DES PARAMETRES DE COHERENCE SPATIO-ANGULAIRE

Cette partie est prépondérante dans le rapport du stage , elle constitue une nouvelle méthode pour estimer les paramètres spatio-angulaires.

Dans les calculs suivants , on s'intéresse à l'estimation de l'échelle externe \mathcal{L}_0 , et de l'altitude équivalente.

Le but est d'estimer les paramètres importants qui décrivent le comportement de la turbulence atmosphérique ,

A- Présentation de la méthode et formalisation mathématique

Sur un domaine angulaire θ_1 on peut effectuer une moyenne des fluctuations d'angle d'arrivée .

$$\alpha(\vec{r}, t, \vec{\eta}) \text{ devient } \alpha(\vec{r}, t) = \frac{1}{\theta_1} \int_{-\frac{\theta_1}{2}}^{\frac{\theta_1}{2}} \alpha(\vec{r}, t, \vec{\eta}) d\vec{\eta} \quad (24)$$

On considère maintenant le problème à une dimension . On obtient :

$$\alpha_\theta(r, t) = \frac{1}{\theta_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{\eta}{\theta_1}\right) \alpha(r, t, \eta) d\eta \quad (25)$$

Expression dans laquelle $\Pi\left(\frac{\eta}{\theta_1}\right)$ représente la fonction porte centrée à l'origine de largeur θ_1 .

Calculons maintenant la variance :

$$\sigma_{\theta_1}^2 = \langle [\alpha_{\theta_1}(r, t)]^2 \rangle = \frac{1}{\theta_1^2} \langle \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{\eta}{\theta_1}\right) \alpha(r, t, \eta) \Pi\left(\frac{\eta'}{\theta_1}\right) \alpha(r, t, \eta') d\eta d\eta' \rangle \quad (26)$$

On effectue le changement de variable :

$$\eta' = \eta - \theta$$

$$d\eta' = d\theta$$

$$\sigma_{\theta_1}^2 = \frac{1}{\theta_1^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi\left(\frac{\eta}{\theta_1}\right) \Pi\left(\frac{\eta - \theta}{\theta_1}\right) \langle \alpha(r, t, \eta) \alpha(r, t, \eta - \theta) \rangle d\eta d\theta \quad (27)$$

$$\langle \alpha(r, t, \eta) \alpha(r, t, \eta - \theta) \rangle = \mathcal{C}_\alpha(\theta) \quad (28)$$

$$\sigma_{\theta_1}^2 = \frac{1}{\theta_1^2} \int d\theta \mathcal{C}_\alpha(\theta) \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta \left(\frac{\eta}{\theta_1}\right) \Pi\left(\frac{\eta - \theta}{\theta_1}\right) \quad (29)$$

$$\sigma_{\theta_1}^2 = \frac{1}{\theta_1} \int_{-\infty}^{+\infty} d\theta \Lambda\left(\frac{\theta}{\theta_1}\right) \mathcal{C}_\alpha(\theta) \quad (30)$$

Dans laquelle $\Lambda\left(\frac{\theta}{\theta_1}\right)$ est la fonction triangle centrée à l'origine de largeur $2\theta_1$

On calcule ensuite le rapport ci-dessous R_h qui est seulement fonction de \mathcal{L}_0 et h pour 3 valeurs de domaine d'intégration différentes soit θ_1, θ_2 et θ_3

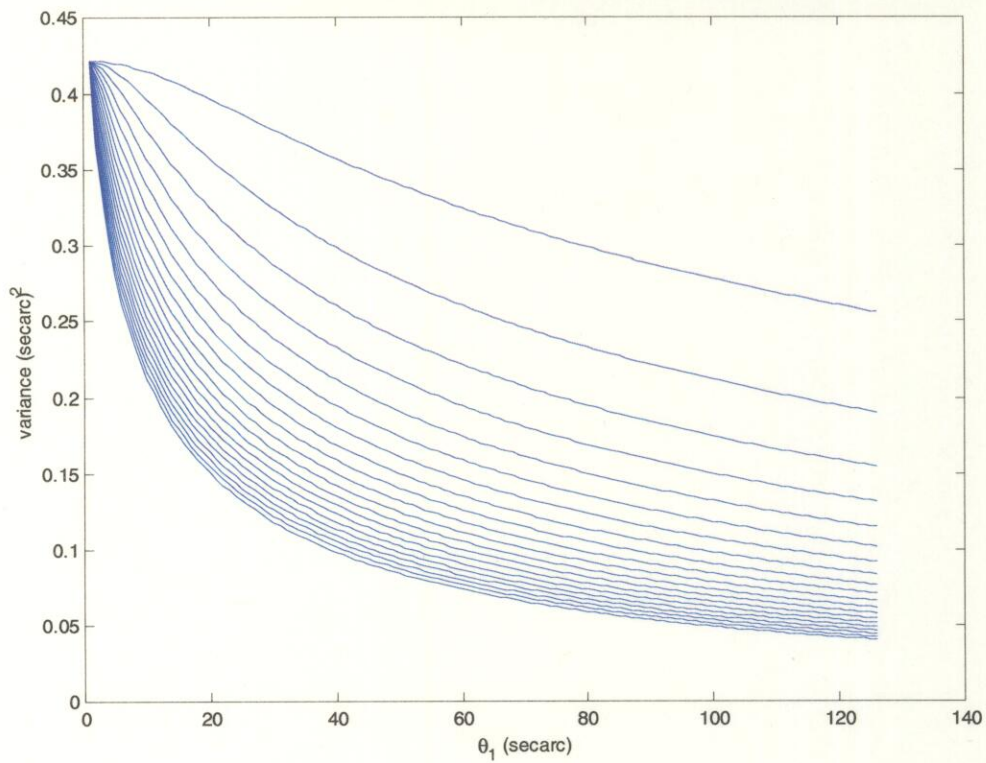
$$R_h = \frac{\sigma_{\theta_1}^2 - \sigma_{\theta_2}^2}{\sigma_{\theta_1}^2 - \sigma_{\theta_3}^2} \quad (31)$$

B- Présentation des résultats

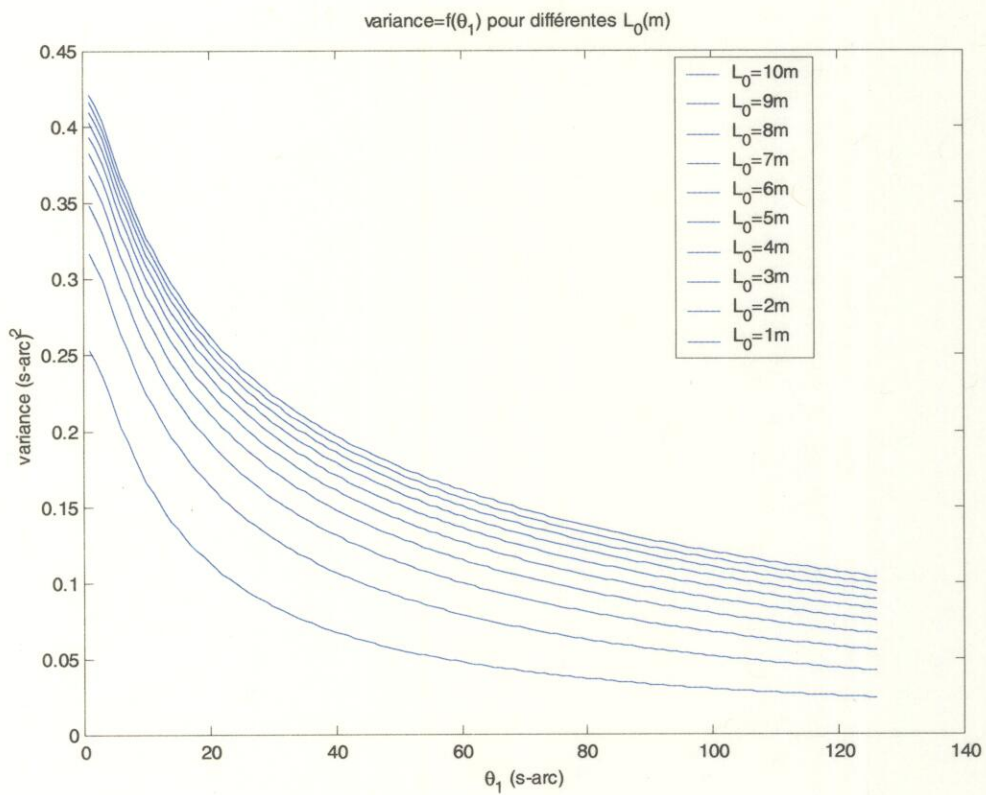
Sur la Figure 9a on présente la variance $\sigma_{\theta_1}^2$ en fonction du domaine d'intégration θ_1 Pour différentes valeurs h (altitude équivalente), r_0 et \mathcal{L}_0 étant fixées.

Sur la Figure 9b on présente la variance $\sigma_{\theta_1}^2$ en fonction du domaine d'intégration θ_1 Pour différentes valeurs \mathcal{L}_0 (échelle externe), r_0 et h étant fixées.

La Figure 10 et 11 représentent l'évolution du rapport R_h pour différentes valeurs des domaines d'intégrations angulaires θ_1, θ_2 et θ_3



(a)



(b)

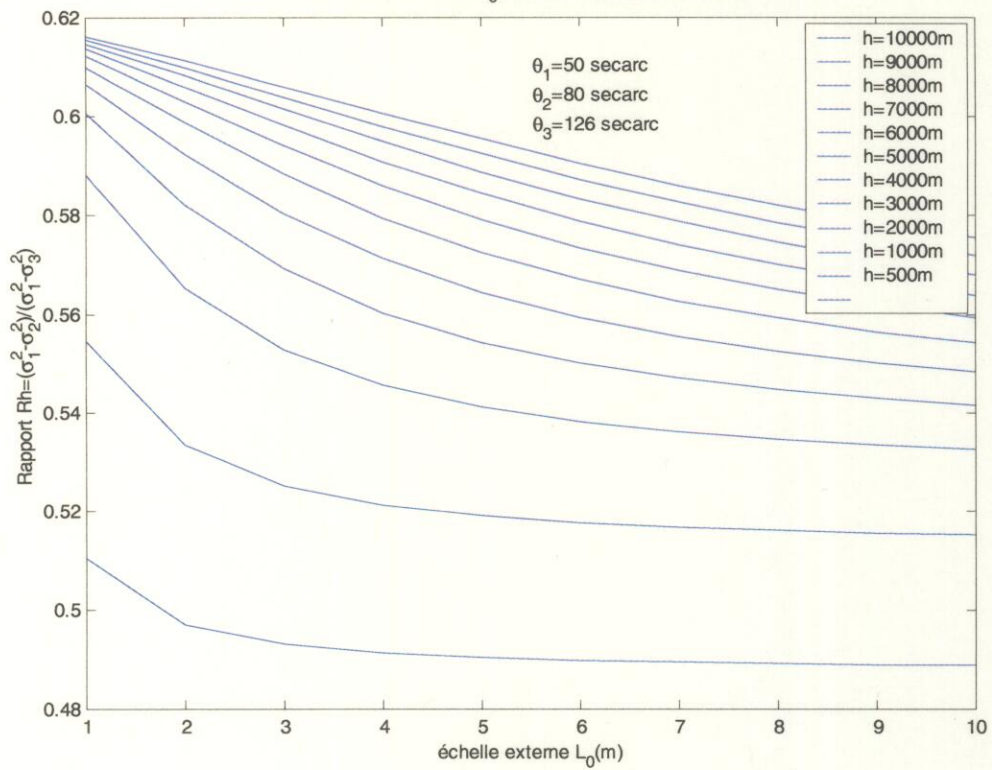
Figure 9 : Variance intégrée d'angle d'arrivée en fonction du domaine angulaire θ_1 pour $r_0=3\text{cm}$

et de :

(a) : l'altitude h variant de haut en bas de 500m à 10000m correspondants respectivement à une variation du domaine isoplanetisme de 12 s-arc à 0.6 s-arc, $L_0=5\text{m}$.

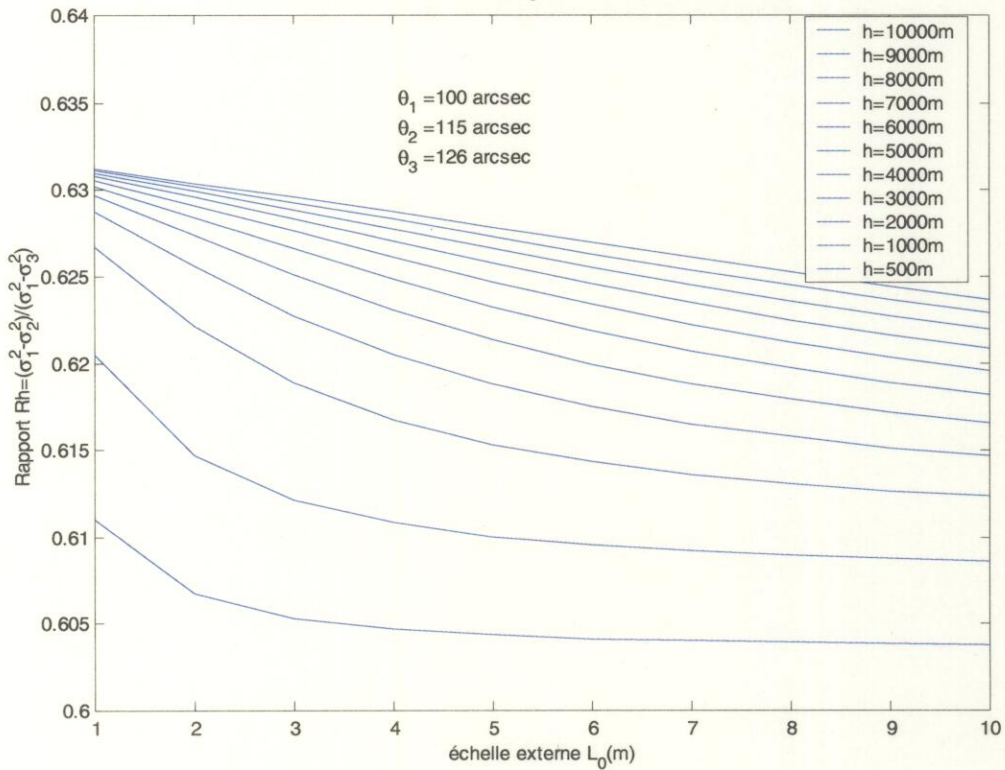
(b) : l'échelle externe L_0 variant du bas en haut de 1m à 10m, $h=3000\text{m}$, $\theta_0=2\text{ s-arc}$.

Rh en fonction de L_0 (m) pour différentes altitudes



(a)

Rapport Rh en fonction de L_0 pour des différentes altitudes



(b)

Figure 10 : rapport R_h représenté pour :

(a) : $\theta_1 = 50.s.arc$ $\theta_2 = 80.s.arc$ $\theta_3 = 126.s.arc$

(b) : $\theta_1 = 100.s.arc$ $\theta_2 = 115.s.arc$ $\theta_3 = 126.s.arc$

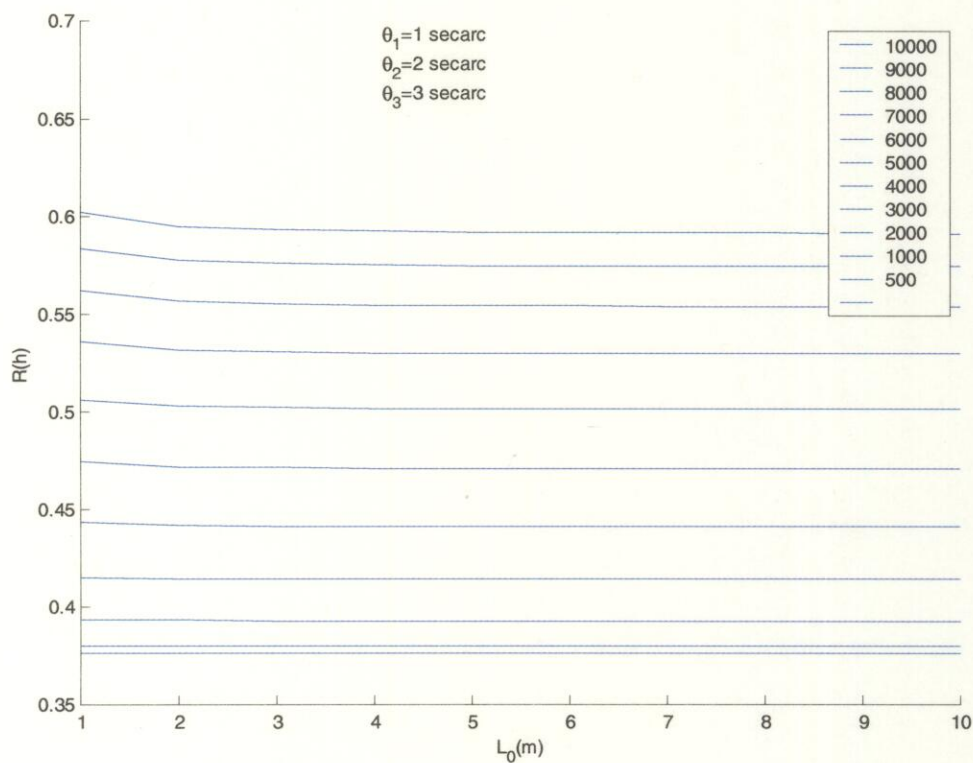
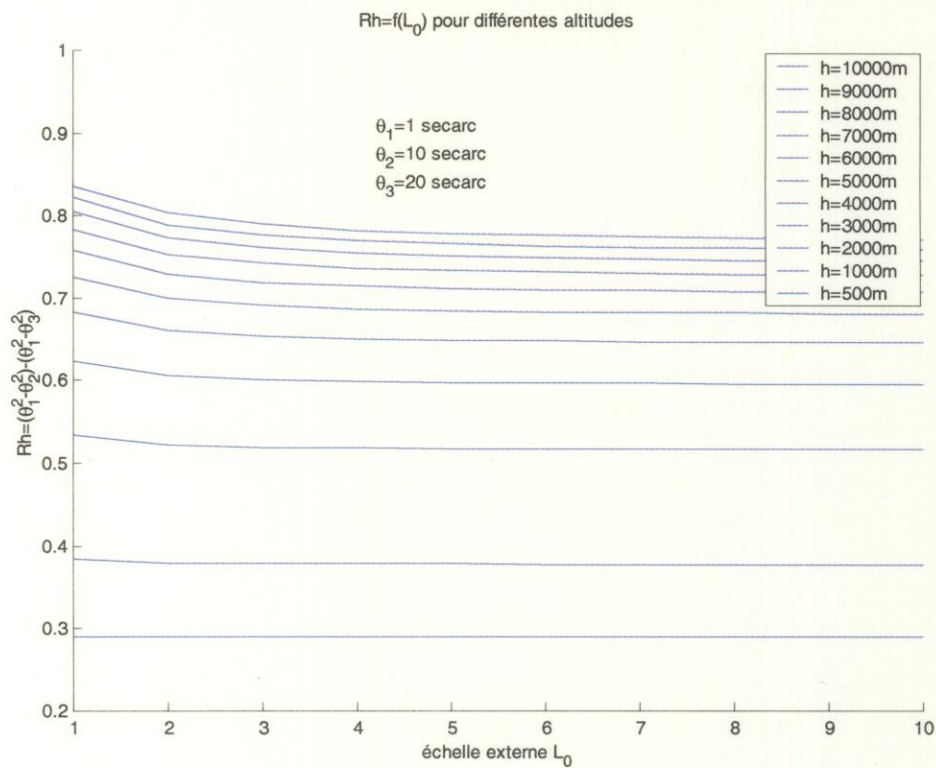


Figure 11 : rapport R_h représenté suivant :

(a): $\theta_1 = 1 \text{ s.arc}$ $\theta_2 = 10 \text{ s.arc}$ $\theta_3 = 20 \text{ s.arc}$

(b): $\theta_1 = 1 \text{ s.arc}$ $\theta_2 = 2 \text{ s.arc}$ $\theta_3 = 3 \text{ s.arc}$

Ces Figures montrent clairement un comportement différent de R_h selon que les domaines angulaires utilisés sont petits ou grands.

S'ils sont petits, le rapport est indépendant de \mathcal{L}_0 mais varie avec h (Figure 11b, et 12), ce qui permet d'estimer l'altitude équivalente .

S'ils sont grands, le rapport varie notablement, et en connaissant h on peut alors estimer \mathcal{L}_0 (Figure 10).

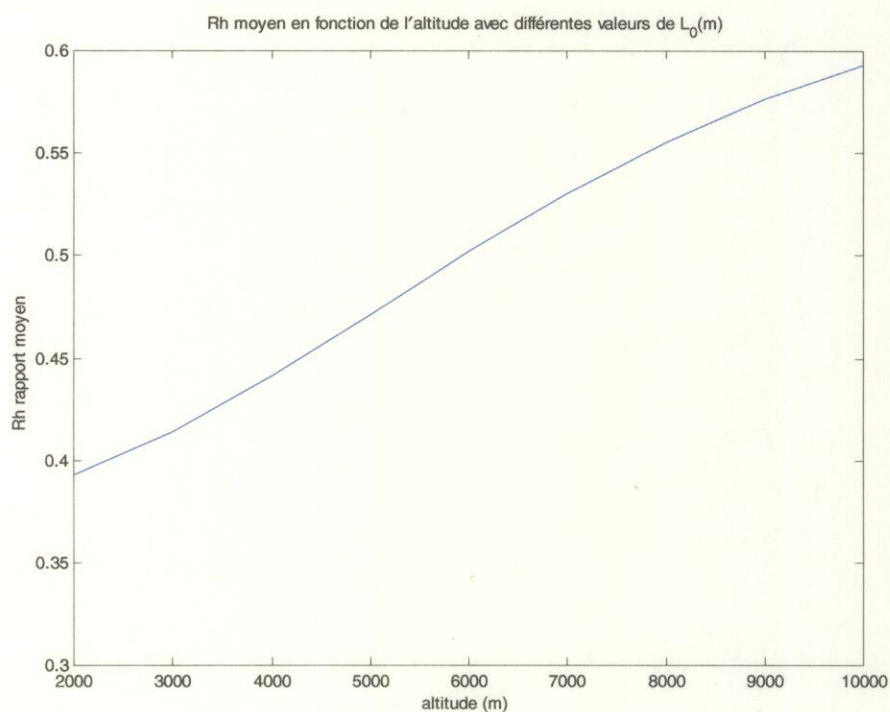


Figure 12 : R_h moyen en fonction de l'altitude équivalente calculée à partir du rapport $R_h = f(L_0)$ pour les domaines angulaires $\theta_1 = 1 \text{ s.arc}$ $\theta_2 = 2 \text{ s.arc}$ $\theta_3 = 3 \text{ s.arc}$

VI-DISCUSSION :

La méthode proposée permet d'estimer séparément h (altitude équivalente), et \mathcal{L}_0 (échelle externe), par un choix approprié des domaines angulaires $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ sur lesquels on moyenne les fluctuations d'angle d'arrivée et pour lesquels on calcule la variance, et donc le rapport R_h indépendant de r_0 .

Connaissant h et \mathcal{L}_0 on peut ensuite déduire r_0 de la différence $\sigma_{\theta_1}^2 - \sigma_{\theta_2}^2$ et la taille du domaine isoplanétisme $\theta_0 = \frac{r_0}{h}$

Cette méthode est différentielle : elle permet donc de s'affranchir d'éventuelles vibrations du télescope et du filtrage possible lors de l'extraction des fluctuations d'angle d'arrivée.

Elle peut s'appliquer très bien pour qualifier les images solaires. En effet les fluctuations d'angles d'arrivée s'observent sur l'image du bord solaire au foyer du télescope (Seghouani et al., 2000) (voir Figure 13).

On est bien dans le cas de la covariance transverse puisque les fluctuations d'angle d'arrivée apparaissent perpendiculairement au bord solaire .

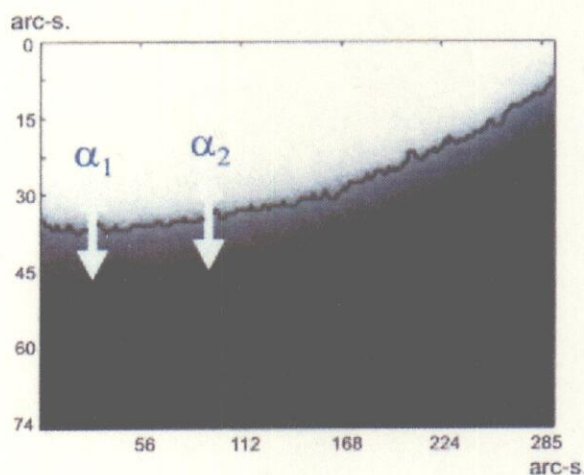


Figure 13 : Fluctuations d'angle d'arrivée observées sur l'image du bord solaire

VII- CONCLUSION ET PERSPECTIVES :

Les paramètres de cohérences spatio-angulaires peuvent être déduits de l'analyse statistique des fluctuations d'angle d'arrivée .

Pour cela on a commencé par établir l'expression de la covariance transverse des fluctuations d'angle d'arrivée ,dans le cadre le l'hypothèse du modèle de Von Karman et si l'atmosphère terrestre est assimilée à une couche turbulente impulsionnelle unique. Par une étude d'une modélisation de l'énergie turbulente en fonction de l'altitude équivalente , on a déduit cette altitude équivalente dans la cas de différentes techniques d'observation à haute résolution angulaire (interférométrie des tavelures , optique adaptative , analyse du front d'onde par observation des angles d'arrivées) .

On a ensuite proposé une méthode différentielle basée sur le calcul de la variance des fluctuations d'angle d'arrivée intégrée sur divers domaines angulaires , et montré que cela rendait possible l'estimation des paramètres.

Cette méthode paraît parfaitement adaptée à des modélisations des effets optique de la turbulence dans le cas de l'observation du soleil, et pourra être appliquée pour traiter les données fournies par le moniteur d'images solaires *M.I.SOL.F.A* .

Il s'agit maintenant de valider cette méthode et d'en évaluer la robustesse en l'appliquant dans un premier temps au traitement d'images simulées bruitées. Ensuite , il faudra traiter des données réelles (Astrolabe solaire du plateau de Calern , expérience DORAYSOL, expérience en cours pour l'élaboration du moniteur *M.I.SOL.F.A*).

Résumé

La dégradation par la turbulence atmosphérique des surfaces d'onde issues des objets astronomiques constitue un handicap majeur pour les observations à Haute Résolution Angulaire. L'estimation des différents paramètres caractérisant la qualité optique de l'atmosphère terrestre peut s'effectuer très commodément par une analyse statistique des fluctuations d'angle d'arrivée ; elle est d'une grande importance dans le cadre de l'ensemble des techniques qui ont comme objectif de s'affranchir de ces limitations et d'atteindre ainsi la résolution théorique des instruments d'observation.

On présente ici, tout d'abord les effets optiques de la turbulence atmosphérique et les échelles limites dynamiques et optiques, ainsi que les différents paramètres de cohérence spatio-angulaire et ensuite une analyse statistique des fluctuations d'angle d'arrivée avec étude détaillée de la covariance transverse et de la variance des fluctuations d'angle d'arrivée .

L'influence du modèle d'une couche équivalente a été étudiée dans le cas de différentes techniques d'observation à haute résolution angulaire. Les paramètres qualifiant les fronts d'onde ont été reliés aux paramètres géophysiques locaux.

On a ensuite proposé une méthode différentielle basée sur le calcul de la variance des fluctuations d'angle d'arrivée intégrées sur divers domaines angulaires, et montrer que cela rendait possible l'estimation des paramètres de cohérence spatio-angulaire.

Abstract

The distortions of the wave-front coming from an astronomical objects, caused by the atmospheric turbulence, considered as major obstacle for high angular resolution observations. The estimation of the different parameters characterizing the optical quality of the atmosphere, may be obtained suitably using a statistical analysis of angle of arrival fluctuations; it's very interesting as technique which has as objective to achieve the theoretical resolution of the instruments of observations.

One presents the optical effects of the atmospheric turbulence, scales limit optical and geophysical, and various spatio-angular parameters and a detailed statistical analysis of angle of arrival fluctuations (covariance and variance) is given after that.

An equivalent layer has been studied in the case of different techniques of high angular resolution. The parameters qualifying the luminous wave-front have been related to the localized geophysical parameters.

Then one has proposed, a differential method based on the variance calculation for angle of arrival fluctuations integrated on different angular domains, and showing ability of the spatio-angular coherence, parameters estimation.

BIBLIOGRAPHIE

- 1- Avila, R., Ziad, A., Borgnino, J., Martin, F., Agabi, A., & Tokvinin, A. 1997, *J. Opt. Soc. Am. A*, 14, 3072, 3073
- 2- Bertolotti, M., Muzii, L., Sette, D.: 1970, *J. Opt. Soc. Am.* 60, 1603
- 3- Borgnino, J.: 1978, "*Etude de la dégradation des images astronomiques diurne par analyse statistique des fluctuations d'angle d'arrivée*", *Doctorat ès Science à l'Université de Nice*
- 4- Borgnino, J. 1990, *Appl. Optics*, 29, 13, 1863
- 5- Borgnino, J., Martin, F., & Ziad, A. 1992, *Opt. Comm.*, 91, 267
- 6- Clifford, S.F., Bouricius, G.M.B., Ochs, GR., Ackley, M.H.: 1971, *J. Opt. Soc. Am.* 61, 1279
- 7- Consortini, A., Ronchi, L., & Stefanutti, L. 1970, *Appl. Optics*, 9, 2543
- 8- Consortini, A.: 1976, *Measurements of angle-of-arrival fluctuations of laser beam due to turbulence in Agard Conference Proceedings n° 183 on Optical propagation in the atmosphere*
- 9- Consortini, A., Pandolfini, P., Romanelli, C., Vanni, R.: 1980, *Opt. Acta* 27, 1221
- 10- Consortini, A.: 1990, "*Role of the inner scale of atmospheric turbulence in optical propagation and methods to measure it*" *Scattering in volumes and surfaces*, Ed. by M. Nieto-Vesperinas and J. C. Dainty, Elsevier Sciences Publishers B.V. (North-Holland), p.73
- 11- Consortini, A., Donnell, K.A.: 1993, *waves in Random Media* 3, 85
- 12- Gurvich, A.S., Kalistratova, M.A., Time, N.S. : 1968, *Radifizika* 11, 1360
- 13- Irbah, A., Borgnino, J., Laclare, F., & Merlin, G. 1993, *A&A*, 276, 663
- 14- Laclare, F., Delmas, C., Coin, J. P., & Irbah, A. 1996, *Solar Physics*, 166, 211
- 15- Strohben, J.W, Clifford, S.F.: 1967, *IEEE Trans. Antenna Propagat.* 15, 416
- 16- Strohbeh, J.W.: 1970, *J. Geophys. Res.* 75, 1067

- 17- Stoks, J. : 1962, "Procedures for location of astronomical observatory sites"
Symposium N° 19 de l'UAI, Rome
- 18- Roddier, F., *Journal of optics* vol 10, p299, 1979
- 19- Roddier, F., *the effects of Atmospheric turbulence in optical astronomy*, 1981
- 20- Roggemann, MC., Welsh., B., *Imaging through the turbulence*. CRC press, New York, p61, 1996.
- 21- Seghouani N, Irbah A and Borgnino J, Marrakech Site 2000, *Astronomical Site Evaluation in the Visible and Radio Range, Marrakech – Morocco*, November 13 – 17, 2000
- 22- Takarski, V.I.: 1979, *Effect of the Turbulence Atmosphere on wave propagation, Israel Program of Scientific Translation*
- 23- Ziad, A, Oct 1993, *Ph.D. Thesis, Nice University*.

